USF HORIZONTES

ARTIGO

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v42i1.1769

Os conhecimentos docentes relacionados à Combinatória em um processo formativo com professoras de quarto e/ou quinto ano do Ensino Fundamental[1]

Diana França Costa da Silva[2]
https://orcid.org/0000-0002-5883-2999

Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos[3]
https://orcid.org/0000-0003-0375-5081

Resumo
O artigo debate sobre o desenvolvimento de conhecimentos docentes relacionado a situações combinatórias, invariantes e representações simbólicas por meio de Processo Formativo (PF) com professoras que ensinam Matemática em turmas de quarto e quinto ano do Ensino Fundamental. Trata-se de um recorte de uma pesquisa mais ampla que se iniciou com entrevistas semiestruturadas visando a identificar o perfil das participantes e continuou com um PF em três encontros. Neste texto, o foco está no terceiro encontro, no qual as professoras refletiram sobre estratégias para abordar a Combinatória em sala de aula. Os dados indicam que as participantes da pesquisa ampliaram compreensões na identificação das relações e propriedades nas situações combinatórias, aprimorando o conhecimento ao longo do PF.

Palavras-chave: Conhecimentos combinatórios. Formação de professores. Matemática. Anos iniciais. Teoria dos Campos Conceituais.

The development of teachers' knowledge related to Combinatorics through a formative process with 4th and/or 5th-grade Elementary School teachers

Abstract
The article discusses the development of teacher knowledge on combinatorial situations, invariants, and symbolic representations through a formative process (FP) with teachers who teach mathematics in 4th and 5th grade elementary school classes. This is a segment of a broader research that began with semi-structured interviews aimed at identifying the participants' profiles, followed by the development of an FP over three meetings. This text focuses on the third meeting, where the teachers reflected on strategies to approach Combinatorics in the classroom. The data indicate that the research participants expanded their understanding in identifying relationships and properties in combinatorial situations, enhancing their knowledge throughout the FP.

Keywords: Combinatorial knowledge. Teacher education. Mathematics. Elementary school. Theory of Conceptual Fields.

[1] Texto originário de dissertação "A mobilização de conhecimentos combinatórios de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais a partir de um processo formativo" financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes).
[2] Universidade Federal de Pernambuco, Recife: dianafranca55@gmail.com.
[3] Universidade Federal de Pernambuco, Recife: jaqueline.lixandrao@ufpe.br.

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Introdução

No contexto educacional brasileiro, segundo as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o trabalho com Combinatória é iniciado a partir do quarto ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2018). O desenvolvimento desse conteúdo desde o princípio da escolarização impacta positivamente a aprendizagem dos estudantes e é indicado por pesquisas como as de Pessoa (2009), Azevedo (2013), Silva (2020) e Gadelha (2020). Para Vergnaud (1986), essa construção pode abranger desde os anos iniciais até o Ensino Médio.

Segundo Borba (2010), aprender Combinatória desde cedo contribui significativamente para o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes. Essa prática também influencia o entendimento de outras áreas da Matemática, como a Álgebra, a Probabilidade e a Estatística. Essa influência se estende à organização do pensamento, à capacidade de análise crítica, à abstração e a diferentes abordagens na resolução de problemas. Em síntese, sua inclusão desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental emerge do desenvolvimento do pensamento lógico e da capacidade de resolver problemas dos estudantes ao longo de sua educação.

Nessa perspectiva, a abordagem que o professor adota para ensinar é fundamental para o progresso de raciocínio combinatório dos estudantes. É essencial que os docentes compreendam a forma como os estudantes constroem seu conhecimento e promovam ativamente o desenvolvimento de seu raciocínio. Isso implica oferecer uma Educação Matemática ampla e estimulante, por meio de experiências educativas que favoreçam o pensamento crítico, a resolução de problemas e o raciocínio combinatório, indo além da mera transmissão de fórmulas e procedimentos (Rocha, 2011). Para o uso dessas abordagens, seja no trabalho com Combinatória, seja no com outros conteúdos matemáticos, é necessário que os cursos de formação inicial de professores que ensinam Matemática trabalhem essa questão.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia (Brasil, 2006) são fundamentais na preparação de profissionais que se dedicarão ao ensino nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Embora ofereçam uma formação abrangente em várias áreas pedagógicas, a carga horária do curso, normalmente, não é extensa o bastante para contemplar todas as nuances e particularidades de cada uma dessas áreas. Isso pode resultar em uma preparação geral sólida, porém, por vezes, insuficiente para lidar de maneira mais aprofundada com as especificidades de cada campo de ensino.

Esse desafio tem sido objeto de discussão por pesquisadores, como Pimenta (1999), Schnetzler (2000), Borges, Aquino e Fuentes (2011), Hypólito (2015), Carvalho e Gil-Pérez (2011) e Abrucio (2016), que destacam a necessidade de uma preparação inicial adequada para os professores desenvolverem o ensino e aprendizagem em todos os níveis de escolaridade. No caso específico da Combinatória, Rocha (2011) e Moreira (2021) ressaltam que a formação inicial, muitas vezes, é insuficiente, sendo necessário realizar processos formativos (PF) a fim de melhorar o ensino e superar as dificuldades dos professores.

A ausência de ensino específico de Combinatória durante a formação inicial dos professores, segundo Rocha (2011), resulta em dificuldades na identificação dos diferentes tipos de problemas combinatórios, nas relações e propriedades envolvidas, assim como na análise das estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes. Nesse contexto, Ball, Thames e Phelps (2008) e Novello *et al.* (2022) enfatizam a importância de formações contínuas direcionadas aos professores de Matemática. Esses estudos sublinham a necessidade premente de aprimorar conhecimentos, explorar estratégias de ensino e promover a reflexão sobre a prática pedagógica. Esses autores defendem que essa formação contínua é fundamental para que os docentes aprimorem suas habilidades e práticas, oferecendo um ensino de Matemática de qualidade aos estudantes.

Diante desse cenário, desenvolvemos uma pesquisa partindo do seguinte questionamento: quais os conhecimentos mobilizados por professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir de um processo formativo sobre a Combinatória? Tendo em vista essa indagação, vale salientar que este artigo constitui um recorte de uma dissertação que teve como objetivo geral compreender os conhecimentos combinatórios mobilizados por professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais, por meio de um processo formativo. No entanto, neste estudo, buscamos discutir o desenvolvimento de conhecimentos docentes relacionados às situações combinatórias, seus invariantes e representações simbólicas por meio de um processo formativo.

Procuramos com este trabalho possibilitar reflexões sobre o ensino da Combinatória e discussões em relação à formação e aos conhecimentos dos professores que ensinam Matemática. Isso porque as pesquisas revelaram a necessidade de oferecer processos formativos sobre a Combinatória para professores que atuam nos anos iniciais.

USF HORIZONTES
ARTIGO
DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Para tanto, fundamentamo-nos na teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1986), em que, segundo o autor, estão envolvidos três elementos interdependentes: situações significativas (S), relações invariantes (I) e representações simbólicas (R). Esses elementos visam a enriquecer e conferir significado ao processo de aprendizagem. Além disso, abordamos os conhecimentos específicos para o ensino de Matemática propostos por Ball, Thames e Phelps (2008) e os domínios do conhecimento necessários para o professor abordar a Combinatória. Nos próximos tópicos, apresentaremos de maneira mais detalhada as contribuições desses autores para aprimorar o ensino da Matemática e sua influência no desenvolvimento de conhecimentos docentes.

A teoria dos campos conceituais e os invariantes combinatórios

Segundo a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud (1986), o conhecimento é organizado em campos conceituais, os quais são definidos como conjuntos inter-relacionados de situações, problemas, conceitos e operações do pensamento. É importante destacar que um campo conceitual na Matemática, bem como em outras áreas, envolve múltiplas situações, e a diversidade de situações possibilita a construção de variados conceitos.

De acordo com Vergnaud (1986), a compreensão de um conceito é delineada por um tripé, no qual estão interligados três elementos essenciais: o conjunto das situações (S), que conferem significado ao conceito; os invariantes (I), que representam as propriedades imutáveis associadas ao conceito e as representações simbólicas (R), utilizadas na resolução de problemas relacionados ao conceito. O pesquisador enfatiza a importância de considerar simultaneamente as três invariantes para estudar o funcionamento e o desenvolvimento de um conceito.

A estruturação das ideias não ocorre de forma isolada, elas estão intrinsecamente inseridas em campos conceituais, que representam “um conjunto de situações, cujo domínio exige uma diversidade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas em estreita interconexão” (Vergnaud, 1986, p. 10). Essa perspectiva ressalta a interdependência e a inter-relação entre os conceitos de um determinado campo conceitual, evidenciando a complexidade e a riqueza desse contexto na constituição do entendimento matemático.

As estruturas multiplicativas, integrantes dos campos conceituais matemáticos, envolvem situações que utilizam a multiplicação, a divisão ou uma combinação dessas

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

operações. Neste contexto, a Combinatória é uma componente do domínio conceitual, pois a resolução de problemas combinatórios se baseia em operações de multiplicação e/ou divisão.

Os problemas combinatórios, segundo Pessoa e Borba (2010), compreendem quatro tipos de situações: produto de medidas, arranjo, combinação e permutação. Essas situações são consideradas pelas autoras como representativas do pensamento combinatório, contribuindo significativamente para a reflexão teórica sobre a importância de contemplar diversas circunstâncias no ensino e aprendizagem da Combinatória na Educação Básica. Nesse sentido, para que haja o desenvolvimento de conceitos combinatórios, é necessário que todos os significados sejam trabalhados adequadamente, ou seja, que os diferentes tipos de problemas sejam cuidadosamente abordados pelo professor a fim de auxiliar o estudante a reconhecer suas estruturas, elaborar raciocínios distintos e encontrar o procedimento que o levará a sua solução.

Borba (2013, 2016) destaca que as propriedades de escolha e ordenação dos elementos são os invariantes conceituais básicos que caracterizam os problemas combinatórios. A autora também ressalta que a característica essencial desses problemas é a determinação do número total de combinações possíveis, o que requer a consideração minuciosa de todas as possibilidades.

As características de cada tipo de situações combinatórias – arranjo, combinação, permutação e produto de medidas – são apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Características e situações (tipos de problemas) combinatórias

SITUAÇÃO	EXEMPLOS	INVARIANTES COMBINATÓRIOS		
		Conjuntos	Escolha	Ordem
Arranjo	O quadrangular final da Copa do Mundo será disputado pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras distintas podemos ter os três primeiros colocados?	Único conjunto	Alguns elementos	Gera novas possibilidades
Combinação	Três estudantes (Mário, Raul e Júnior) participam de um concurso em que serão sorteadas duas bicicletas iguais. Quantos resultados diferentes podem ser obtidos no concurso?	Único conjunto	Alguns elementos	Não gera novas possibilidades

USF HORIZONTES
ARTIGO
DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Permutação	Calcule o número de anagramas da palavra AMOR.	Único conjunto	Todos os elementos	Gera novas possibilidades
Produto de medidas	Para a festa de São João da escola, há três meninos (Pedro, Gabriel e João) e quatro meninas (Maria, Luíza, Clara e Beatriz). Se todos os meninos dançarem com todas as meninas, quantos pares diferentes poderão ser formados?	Dois ou mais conjuntos distintos	Um elemento de cada conjunto	Não gera novas possibilidades

Fonte: Autoria própria (2023), baseado em Vergnaud (1986) e Pessoa (2009).

No ensino e aprendizagem da Combinatória é importante adotar uma abordagem problematizadora, investigativa e discursiva. Isso significa que o ensino pode ser construído a partir das estimativas e ideias levantadas pelos estudantes, por meio de situações e questionamentos propostos ou mediados pelo professor (Lima, 2015).

Conhecimentos de professores que ensinam Matemática

Os conhecimentos docentes têm uma importância central na prática educacional, incluídos como pilares essenciais para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem. Esses saberes abrangem uma variedade de elementos, desde o conjunto de conteúdos específicos da disciplina até a compreensão das estratégias pedagógicas e das particularidades individuais dos estudantes.

De acordo com Shulman (1986), a análise dos saberes docentes é feita a partir da relação entre o conhecimento e os dispositivos didáticos, sendo fundamental para a construção de uma base de conhecimento para o professor. Essa base de conhecimento é composta pelas seguintes categorias: o *Conhecimento do Conteúdo*, que envolve o entendimento pedagógico geral com foco em princípios e estratégias abrangentes para a gestão e organização da sala de aula; o *Conhecimento Curricular,* que abarca uma compreensão específica dos materiais e programas utilizados como recursos pelos docentes; o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo,* que relaciona o conteúdo e a pedagogia pertencente ao domínio profissional dos professores, a familiaridade com os estudantes e suas características individuais, a compreensão dos contextos educacionais que varia desde a dinâmica da sala de aula até questões de governança e

USF HORIZONTES
ARTIGO
DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

financiamento dos distritos escolares; e o *Conhecimento dos Objetivos Educacionais*, que engloba seus propósitos, valores, fundamentos filosóficos e históricos.

Quanto às referidas categorias, Shulman (1987) enfatiza a importância do *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*. Este relaciona a matéria à didática, determinando a compreensão de como temas e problemas são organizados, representados e adaptados de acordo com os interesses e capacidades dos estudantes.

O estudo de Ball, Thames e Phelps (2008), com base no *Conhecimento do Conteúdo* e no *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* proposto por Shulman (1987), examina a prática do professor de Matemática em sala de aula e identificaram seis domínios diferentes relevantes para a atuação do professor, organizados da seguinte forma:

1) Conhecimento do Conteúdo: a. Conhecimento Comum do Conteúdo[4], habilidade Matemática usada em uma ampla variedade de configurações, que não é exclusiva do ensino; b) Conhecimento Especializado do Conteúdo[5], habilidade matemática usada exclusivamente para o ensino; c) Conhecimento Horizontal do Conteúdo[6], que envolve saber como os temas matemáticos estão relacionados e prever aprofundamento desses conteúdos com o avançar da escolaridade.
2) Conhecimento Pedagógico do Conteúdo: a. Conhecimento do Conteúdo e Estudantes[7], combinação entre conhecimento da Matemática e conhecimento sobre o estudante; b) Conhecimento do Conteúdo e Ensino[8], conhecimento do conteúdo matemático com a compreensão pedagógica para o ensino deste conteúdo; c. Conhecimento do Conteúdo e Currículo[9], saber referente aos materiais e programas curriculares que orientam o ensino[10].

Com base nas informações apresentadas e no foco de pesquisa, entendemos que os conhecimentos docentes abarcam tanto os conhecimentos relacionados aos conteúdos

[4] Do inglês: *Common Content Knowledge* (CCK).
[5] Do inglês: *Specialized Content Knowledge* (SCK).
[6] Do inglês: *Horizon Content Knowledge* (HCK).
[7] Do inglês: *Knowledge of Content and Students* (KCS).
[8] Do inglês: *Knowledge of Content and Teaching* (KCT).
[9] Do inglês: *Knowledge of Content and Curriculum* (KCC).
[10] Ball, Thames e Phelps (2008) incluem esta categoria adicional ao estudo de Shulman (1986). Ela reconhece a importância de compreender como o conteúdo se relaciona ao currículo estabelecido, proporcionando orientação para a prática pedagógica eficaz.

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

matemáticos quanto aqueles que vão além das habilidades técnicas nesta área do conhecimento.

Diante do exposto, Ball, Thames e Phelps (2008) afirmam que os diferentes tipos de saberes coexistem nas salas de aula e os professores lidam com eles o tempo todo, em diferentes graus. Para os autores, é importante que os docentes tenham um bom domínio dos temas abordados no campo educacional, uma vez que são fundamentais para o processo de ensino. Aprofundar o conhecimento dos conteúdos permite aos educadores criar estratégias de ensino mais eficientes e promover aprendizagem com compreensão para seus estudantes.

Na sequência, apresentaremos os aspectos metodológicos da pesquisa. Em seguida, destacamos o processo formativo. Por último, expomos nossas considerações finais.

Procedimentos metodológicos

Tendo em conta que o objetivo deste artigo é analisar o desenvolvimento de conhecimentos docentes relacionados às situações combinatórias, seus invariantes e representações simbólicas por meio de um processo formativo, optamos pela abordagem qualitativa, na qual ocorre uma constituição, pois a investigação não se limita apenas aos dados, mas também inclui o percurso. De acordo com D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006, p. 78), a "pesquisa qualitativa tem como foco entender e interpretar dados e discurso, mesmo quando envolve grupos de participantes". Os autores enfatizam a relação entre o pesquisador e os participantes da pesquisa. Esta abordagem permitirá discutir e entender a complexidade e a singularidade dos conhecimentos dos professores com relação à Combinatória.

A pesquisa contou com a colaboração de seis professoras, designadas no estudo como P1, P2, P3, P4, P5 e P6, cujas identidades foram preservadas para garantir o anonimato devido a questões éticas e de privacidade. As participantes da pesquisa atuam no ensino de Matemática no quarto e/ou quinto ano do Ensino Fundamental em escolas distintas no município de Carpina, Pernambuco, todas situadas na zona urbana. Esclarecemos que a escolha das participantes se deu devido à disponibilidade e ao interesse delas em participar da pesquisa.

Iniciamos a pesquisa por meio de entrevistas individuais semiestruturadas, de acordo com as indicações de Minayo (2016). Essa abordagem caracteriza-se pela formulação de questões, tanto fechadas quanto abertas, que não são previamente codificadas. O entrevistado

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

tem a liberdade de discorrer livremente sobre o tema proposto ou sobre uma pergunta específica. A técnica possibilita que outras questões sejam formuladas no decorrer da entrevista, caso o pesquisador ache necessário. Dessa forma, a entrevista possibilitou a caracterização do perfil das participantes da pesquisa, com informações sobre formação e experiências relacionadas à Matemática, especialmente à Combinatória (Quadro 2).

Quadro 2 – Caracterização das participantes da pesquisa

Participantes	Formação acadêmica	Experiência profissional (em anos)	Experiência com Matemática nos anos iniciais (em anos)	Anos de ensino atuais
P1	Pedagogia e cursando Licenciatura em Matemática (4º período) com especialização em Educação Especial e Inclusiva.	8 anos	8 anos	4º e 5º anos
P2	Pedagogia e História com especializações em História do Nordeste e Psicopedagogia.	22 anos	15 anos	4º ano
P3	Pedagogia com especialização em Neuropsicopedagogia.	6 anos	6 anos	5º ano
P4	Pedagogia e Ciências Biológicas com especializações em Gestão Ambiental e Psicopedagogia Clínica Institucional.	24 anos	18 anos	5º ano
P5	Pedagogia com especializações em Educação Especial e Inclusiva e Neuropsicopedagogia Institucional e Clínica	11 anos	11 anos	4º ano
P6	Pedagogia	3 anos	3 anos	5º ano

Fonte: Autoria própria (2023).

Nas entrevistas com as professoras, foi constatado que a experiência em sala de aula varia de 3 a 24 anos. P6 possui menor tempo de experiência, 3 anos. Todas as professoras têm formação inicial em Pedagogia, com algumas detendo uma segunda graduação em áreas diversas, como História e Ciências Biológicas. Cinco participantes possuem pós-graduações *lato sensu* em diferentes áreas; apenas P6 é graduada em Pedagogia. Destacamos também que P1 está cursando o terceiro período do curso de Licenciatura em Matemática. Em relação à experiência profissional nos anos iniciais, P1, P3, P5 e P6 contam com o mesmo tempo e com o trabalho no ensino de Matemática; no entanto, P2 e P5 começaram ensinando História e Ciências, por isso têm menos tempo prática com a Matemática.

O processo formativo foi baseado na abordagem proposta por Vergnaud (1986) e estruturado em três encontros. Os objetivos destes foram diferentes, conforme apresentado no Quadro 3:

Quadro 3 – Encontros do processo formativo

Encontros	Objetivos
1	Investigar o *Conhecimento Especializado do Conteúdo* das professoras em relação às diferentes situações que atribuem significados aos conceitos combinatórios.
2	Explorar as representações simbólicas dos estudantes e a forma como as professoras utilizam o Conhecimento do Conteúdo e do Estudante.
3	Compreender o desenvolvimento dos conhecimentos combinatórios das professoras que ensinam Matemática no quarto e/ou quinto ano por meio de um processo formativo.

Fonte: Autoria própria (2023).

Neste artigo, apresentamos os dados e análise relativos ao terceiro encontro. Este foi subdividido em três fases, as quais serão detalhadas a seguir. Em cada uma delas, analisamos os conhecimentos dos professores em relação às situações combinatórias, aos invariantes e às representações simbólicas, conforme proposto por Vergnaud (1986).

Cabe destacar que foram entregues a cada participante os materiais nos encontros, como materiais manipuláveis (fichas) e protocolo dos problemas. Destacamos também que tanto as entrevistas quanto a formação foram conduzidas por meio da plataforma *Google Meet*®, de forma síncrona, em formato de videoconferência gravada. A escolha desses instrumentos está diretamente relacionada à natureza da pesquisa, pois, como apontam Marconi e Lakatos (2003), os métodos e técnicas devem se adequar ao problema em estudo, às hipóteses levantadas e ao tipo de informantes envolvidos.

No terceiro encontro, as participantes estudaram as semelhanças e diferenças entre oito problemas combinatórios. Quatro destes foram apresentados no primeiro encontro, enquanto os outros quatro foram introduzidos no terceiro encontro (Quadro 4).

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Quadro 4 – Problemas combinatórios

Problema 1	Há quatro alunos (César, Maria, Bete e Luan) concorrendo ao cargo de representante e vice-representante. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos um representante e um vice-representante? [Arranjo].
Problema 2	Na lanchonete Oba-oba, há quatro sabores de suco (caju, laranja, morango e uva), os quais podem ser servidos em copos de três tamanhos (pequeno, médio e grande). De quantas maneiras diferentes pode-se tomar um suco de cada sabor em um tamanho diferente de copo? [Produto].
Problema 3	Na prateleira da casa de Edson, estão três objetos (uma bola de futebol, um troféu e um porta-retrato). De quantas maneiras diferentes ele pode colocar os três objetos lado a lado na prateleira? [Permutação].
Problema 4	Na loja Quero Mais, estão disponíveis três tipos de botas (marrons, pretas e vinho) e dois tipos de gorros (cinza e rosa). De quantas maneiras diferentes pode-se comprar uma bota e um gorro? [Produto].
Problema 5	Na barraca Espaço Drinks, há cinco frutas (acerola, caju, laranja, graviola e maracujá) e os sucos são preparados misturando duas das frutas disponíveis. De quantas maneiras diferentes os sucos podem ser preparados com duas frutas? [Combinação].
Problema 6	Três irmãos (Igor, Léo e Tina) querem se sentar nos três últimos lugares disponíveis no cinema. De quantas maneiras diferentes os três irmãos podem se sentar nos lugares disponíveis? [Permutação].
Problema 7	Três amigos (Beto, Liz e Chico) apostaram corrida na praia de Boa Viagem. De quantas maneiras diferentes pode-se ter o primeiro e o segundo lugares? [Arranjo].
Problema 8	Dona Marta levou seus quatro filhos (Bianca, Sabrina, Diego e Felipe) ao parque. No brinquedo pula-pula, só podem entrar três crianças por vez. De quantas maneiras diferentes podem as três crianças brincar juntas por vez no pula-pula? [Combinação].

Fonte: Autoria própria (2023), adaptados de Gadelha (2020).

No último encontro, o terceiro, as professoras foram indagadas sobre o raciocínio necessário para resolvê-los e sobre a possibilidade de agrupar os problemas com base em conjuntos de elementos.

As participantes passaram para a análise das situações de arranjo e combinação, focando na presença ou na ausência de ordenação nas situações apresentadas. Para tanto, foram fornecidos dois protocolos de estudantes, apresentados no Quadro 7. Foi solicitado às professoras que analisassem as estratégias utilizadas pelos estudantes, avaliando se elas eram adequadas para cada situação proposta.

No decorrer do processo formativo, levantamos uma série de questionamentos às professoras participantes com o objetivo de refletirem sobre os termos e conceitos da Combinatória e sua compreensão. As perguntas incluíam a identificação dos erros que os estudantes poderiam cometer nos problemas combinatórios, sugestões de como trabalhar essas

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

situações em sala de aula, visando à compreensão das propriedades dos invariantes, à preferência por determinadas representações simbólicas na resolução dos problemas e a estratégias que podem minimizar dificuldades dos estudantes com a Combinatória.

No final desse encontro, foi solicitado que as professoras definissem, em uma palavra, como o processo formativo contribuiu para o desenvolvimento de seus Conhecimentos sobre Combinatória. Em seguida, elas criaram uma nuvem de palavras colaborativa utilizando um *link* gerado pela plataforma Mentimeter®. Esse exercício permitiu que compartilhassem suas percepções de forma simultânea e colaborativa.

Discussão dos dados

O terceiro encontro foi dividido em três momentos. Neles buscamos promover discussões visando a identificar os domínios de Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, e Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, conforme proposto por Ball, Thames e Phelps (2008).

As Situações e os Invariantes Combinatórios

O primeiro momento tinha como foco as semelhanças e as diferenças entre os invariantes de ordem e de escolha. Para tanto, foram apresentados às professoras oito problemas combinatórios, sendo dois de cada tipo – arranjo, combinação, permutação e produto de medidas (Quadro 4). Quatro já haviam sido trabalhados e discutidos no primeiro encontro.

Após a apresentação dos problemas combinatórios, as professoras foram questionadas sobre as semelhanças e as diferenças dos invariantes destes. As respostas das participantes sobre os problemas que envolvem o mesmo raciocínio estão dispostas no Quadro 5:

Quadro 5 – Semelhanças e diferenças de situações combinatórias

"*O primeiro problema com o sétimo [referindo-se aos problemas de arranjos], o segundo com o quarto* [referindo-se aos problemas de produto de medidas], *o terceiro com o sexto [referindo-se aos problemas de permutação] e o quinto com o último* [referindo-se aos problemas de combinação], *porque eles têm ideias em comum, como se a ordem interfere, não é? E também pelos conjuntos, se tem um ou mais... essas coisas*" (P1).

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

“*O problema dois com o quarto* [referindo-se aos problemas de produto de medidas], *porque eles têm dois conjuntos! E, também, acho que o três com oito* [referindo-se aos problemas de permutação], *pois eles utilizam todos os elementos do único conjunto, não é?*” (P2).
“*Assim... eu penso que os problemas um, três, cinco, seis, sete e o oito* [referindo-se aos problemas de arranjo, permutação e combinação] *têm o mesmo raciocínio, já que todos eles só têm um conjunto. Enquanto o dois e quatro tem dois* [referindo-se aos problemas de produto de medidas]” (P3).
“*O problema dois e quatro têm o mesmo raciocínio* [referindo-se aos problemas de produto de medidas], *é ..., porque nelas, para selecionar as possibilidades, utilizamos todos os termos que o problema dá* [referindo-se aos elementos dos problemas]” (P4).
“*Acho que o problema um é parecido com o sete* [referindo-se aos problemas de arranjos], *porque veja, no problema um, de quatros alunos serão selecionados dois, não é? O sétimo também, de três amigos serão selecionados dois deles... e também a ordem de possibilidades interfere! Eu penso assim*” (P5).
“*Concordo com o P5. Acredito que o problema um com o sete têm o mesmo raciocínio* [referindo-se aos problemas de arranjos], *porque a ordem interfere no resultado final..., mas tem o problema três com o sexto, a ordem interfere também* [referindo-se aos problemas de permutação]. *Mas, o que difere deles é que utilizam todos os elementos do problema, não é?*” (P6).

Fonte: Autoria própria (2023).

Os fragmentos das falas das participantes indicam que todas identificaram o invariante de escolha. Em relação ao invariante de ordem, P1, P5 e P6 conseguiram identificar essa característica, o que traz indícios do desenvolvimento do Conhecimento Especializado da Combinatória. Ao enfatizar as características das situações combinatórias e identificar invariantes, as participantes não apenas demonstraram familiaridade com os conceitos fundamentais, mas também revelaram uma capacidade de análise e resolução de problemas combinatórios.

P2, P3 e P4, no entanto, não fizeram nenhuma referência a essa característica em situações semelhantes. Quanto ao exposto, Vergnaud (1996) destaca a importância de abordar a diversidade de situações e compreender as propriedades destas como elementos fundamentais na construção conceitual de combinatória.

Na sequência, as professoras foram questionadas se os elementos dos problemas apresentados produziriam ou não novas possibilidades de respostas. As considerações das participantes são descritas no Quadro 6:

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Quadro 6 – Invariantes das situações combinatórias

"*Hoje isso é mais claro para mim. Aí eu noto que, como a gente já discutiu, nos problemas como o primeiro e o terceiro* [referindo-se aos problemas de arranjo e permutação], *a ordem importa sim. Já no segundo e quarto* [referindo-se aos problemas de produto de medidas e combinação], *a ordem não interfere*" (P1).
"*Nos problemas 2 e 4* [referindo-se aos problemas de produto de medidas], *a ordem não interfere, não é? Nesse problema 4, se eu escolho um gorro marrom com uma bota preta ou uma bota preta com um gorro marrom, pra mim é a mesma coisa*" (P2).
"*Eu acho que é assim, nos problemas 1 e 7* [referindo-se aos problemas de arranjo] *a ordem não interfere, e nos problemas 5 e 6* [referindo-se aos problemas de combinação e permutação] *a ordem interfere sim. Que são os problemas de arranjos e combinações, não é? Assim, eu não sei explicar direito, mas é isso que acho*" (P3).
"*Nos problemas 2 e 4* [referindo-se aos problemas de produto de medidas], *eu tenho certeza que a ordem não interfere... Eu penso assim: se você escolher um tipo de suco e um tamanho de copo e mudar a ordem, não vai gerar uma outra possibilidade. Mas, nos outros problemas, eu me confundo* [risos], *quando penso que interfere, ele não interfere e assim vai*" (P4).
"*Nos problemas 1 e 7, pelo menos, eu entendo que precisam ser utilizados alguns, não é? Se no problema 1, que é de arranjo, ele tem um conjunto de quatro alunos, eu não vou usar quatro alunos, vou precisar só de um para representante e outro para ser vice dele. A ordem interfere sim. Se eu tenho um aluno como representante e outro como vice, são posições diferentes, aí é só pensar*" (P5).
"*Veja bem, essa pergunta ainda não é fácil para mim* [risos]. *Nos problemas 1 e 7* [referindo-se aos problemas de arranjos], *eu penso que não interfere. Eu lembro de como a gente discutiu isso* [referindo-se ao encontro 1] *e não mudava a ordem, eu acho. Aí, nos problemas 3 e 6* [referindo-se aos problemas de permutação], *interfere sim, porque temos variedades de combinações. Mudando cada elemento já gera outra possibilidade*" (P6).

Fonte: Autoria própria (2023).

De maneira geral, as participantes enfatizaram as características das situações combinatórias reconhecendo seus invariantes. Embora algumas não tenham nomeado explicitamente os problemas combinatórios, percebemos, em suas falas, um reconhecimento explícito das características das situações. Tais observações indicam um movimento para o Conhecimento Especializado da Combinatória.

O reconhecimento das nomenclaturas na Combinatória não é o mais fundamental; as participantes demonstraram construir um conhecimento mais valioso ao perceber as características das situações combinatórias. Conforme Borba (2010), o foco reside na capacidade de analisar e abordar problemas combinatórios de maneira fundamentada e inovadora, enriquecendo a compreensão matemática e as habilidades de resolução de problemas, em vez da mera memorização de termos técnicos.

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Enfatizamos a persistência dos desafios relacionados ao invariante de ordenação, especialmente entre P2, P4 e P5, que apresentaram dificuldades em distinguir a ordem nos problemas de arranjo e combinação durante o primeiro encontro. Segundo Rocha (2011), não é fácil para os professores diferenciar problemas de arranjo e combinação, o que revela um desconhecimento das situações nas quais os invariantes do conceito de ordenação implicam ou não novas possibilidades.

As discussões coletivas com as participantes ao longo da pesquisa tinham por objetivo que elas refletissem sobre os problemas apresentados a partir de diferentes considerações. Continuando as discussões, foi exibido um quadro com dois protocolos relacionados a um problema de arranjo e um de combinação, respondidos por um estudante do terceiro ano do Ensino Fundamental (Quadro 7).

Quadro 7 – Protocolos de um estudante em situações de arranjo e combinação

Protocolo 1: Para representante de turma de uma sala, candidataram-se três pessoas (Joana, Mário e Vitória). De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos o representante e o vice-representante? 
Protocolo 2: Três alunos (Mário, Raul e Júnior) participarão de um concurso em que serão sorteadas duas bicicletas idênticas. Quantos resultados diferentes podem ser obtidos no concurso? 

Fonte: Autoria própria (2023).

Nos protocolos 1 e 2, o estudante resolveu do mesmo modo a situação de arranjo e combinação, sem levar em consideração a ordem dos invariantes dos diferentes problemas. Assim, as participantes da pesquisa foram questionadas sobre a ordem dos elementos dos subconjuntos, já que isso é um fator fundamental que deve ser considerado na resolução dessas situações. Perguntamos a elas: “O estudante compreendeu os problemas? Qual foi a lógica utilizada?”; “As estratégias estão adequadas para as duas situações? Por quê?”. As respostas das professoras foram as seguintes:

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Quadro 8 – Protocolos 1 e 2 das situações de arranjo e combinação

"*Não compreendeu, né? No segundo protocolo* [referindo-se ao protocolo 2], *o aluno não prestou atenção na ordem. Ele listou JM e MJ. Aí naquele outro protocolo* [referindo-se ao protocolo 1], *ele repetiu as mesmas duplas... ele colou JM e JM*". "*Não, primeiro que no protocolo 1 ele repetiu possibilidades! Colocou MV e JM repetidos, ou seja, ele não compreende, não é? Já no protocolo 2, ele não se ligou que escolher 'Mário e Raul' é a mesma coisa de escolher 'Raul e Mario'*" (P1).
"*Acho que o aluno não compreendeu em nenhum dos protocolos. São dois problemas com ideias diferentes. Ele não considera a ordem no protocolo 1, por exemplo*". "*Analisando, eu acho que não. Assim, no protocolo 1, ele precisaria considerar a ordem, mas, apesar disso, ele coloca possibilidades repetidas. No protocolo 2, ele considera a ordem, mas quem ganhar a bicicleta em primeiro ou em segundo não faz diferença, já que são idênticas. Eu penso assim, não sei se estou certa*" (P2).
"*Eu acredito que o aluno não compreendeu nenhum dos protocolos* [referindo-se aos protocolos 1 e 2]. *Ele respondeu como se não considerassem a ordem, olha aí a segunda foto* [referindo-se ao protocolo 2]..., *ele repetiu, mas a questão diz que as bicicletas são iguais, então, para que repetir?*" "*É... não estão. O aluno, no protocolo 1, repetiu possibilidades considerando Mário como representante e Vitória como vice e depois coloca de novo Mário como representante e Vitória como vice, aí ele erra aí, faltou colocar 'Joana e Vitória' e 'Maria e Joana'. Aí, no protocolo 2, ele não presta atenção que a ordem não gera combinações diferentes*" (P3).
"*O aluno não prestou atenção que são problemas diferentes, não é? Ele não prestou atenção nisso. Aí, não compreendeu*". "*Não estão. Sabe por quê? Porque ele deveria responder à primeira situação* [referindo-se ao protocolo 1] *assim: JM, JV e MV, ele passou das possibilidades, até repetindo as mesmas. Na segunda situação* [referindo-se ao protocolo 2], *ele já acerta, porque ele lista todas as possibilidades*" (P4).
"*Penso que no primeiro protocolo* [referindo-se ao protocolo 1], *não, mas no outro* [referindo-se ao protocolo 2] *sim, porque no primeiro ele repetiu possibilidades iguais...; no segundo, eu noto que listou as iniciais e fez as combinações tudo certinho*". "*No primeiro protocolo* [referindo-se ao protocolo 1], *a estratégia dele está incorreta, ele repetiu possibilidades que não devia e o resultado seria só três possibilidades e não seis... No outro* [referindo-se ao protocolo 1], *ele levou em consideração a ordem das possibilidades e chegou em um resultado certo*" (P5).
"*É nítido que o aluno não compreendeu os problemas. Primeiro, no protocolo 1, o aluno lista combinações repetidas mesmo, como JM e JM, MV e MV, e no problema de combinação, que é o protocolo 2, ele não presta atenção na ordem*". "*Olha, não sei, mas penso que o aluno deveria ter levado em consideração a ordem no problema das bicicletas* [referindo-se ao protocolo 2] ... *Na verdade, nesse problema, a ordem não gera combinações diferentes*" (P6).

Fonte: Autoria própria (2023).

Nas respostas de P2, P4 e P5, observamos dificuldades em distinguir o invariante de ordenação, tanto no enunciado quanto na etapa de correção da resolução das situações pelo estudante. P2, ao se deparar com os protocolos, considerou que eles representavam problemas

USF HORIZONTES

ARTIGO

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

de natureza diferentes, algo que não tinha feito nas atividades anteriores. P4, no primeiro momento, identificou os dois problemas de arranjo e combinação, porém, quando solicitada a explicar a resposta do estudante à situação, considerou a presença de ordenação, analisando-a como um problema de arranjo. Essa explicação parece apontar, mais uma vez, que há dificuldades em compreender as diferenças entre os dois tipos de problemas.

Na sequência, ainda na discussão sobre os protocolos do estudante, direcionamos a atenção das participantes para a questão da ordem dos invariantes nas situações de arranjo e combinação.

Quadro 9 – Protocolos 1 e 2: invariantes das situações de arranjo e combinação

"*P5, no protocolo 1 se eu escolher Mário como representante e Joana como vice-representante, ou Joana como representante e Mário como vice, seriam as mesmas duplas para essa situação?* [a professora não respondeu]" (Pesquisadora).
"*São cargos diferentes?*" (Pesquisadora).
"[Interrompe a pesquisadora], *como são cargos diferentes, quem é representante não tem o mesmo cargo de vice, então a ordem interfere sim..., já vi que errei quando você me perguntou antes* [risos]" (P5).
"Mas deixa perguntar outra coisa a vocês..." (Pesquisadora).
"[Interrompe a pesquisadora]. *Então, no outro protocolo-situação* [referindo-se ao protocolo 2], *o aluno também errou, porque a ordem não interfere, porque são as mesmas bicicletas. Eu sempre me confundo nesses dois problemas, por isso que troquei. Aí, eu olhando os protocolos desse estudante agora, eu vejo o quanto é preocupante, não é? O aluno precisa reconhecer os invariantes nos problemas*" (P4).
"*Isso mesmo, P4! Era isso que já ia perguntar, mas vi que você já identificou. Então, no protocolo 2, a ordem não interfere? Se eu escolher 'Mário e Raul' ou 'Raul e Mário', seriam duplas diferentes?*" (Pesquisadora).
"*Não*" (P5).
"*Por quê?*" (Pesquisadora).
"*Porque se eu escolher 'Mário e Raul' ou 'Raul e Mário' será a mesma dupla que vai ganhar a bicicleta, que a questão deixa bem clara que são idênticas. Preciso prestar mais atenção nisso*" (P5).

Fonte: Autoria própria (2023).

Ao P5 ser questionada sobre o invariante de ordem, notamos preocupação da professora com a propriedade de ordenação no tratamento dos problemas de arranjo e combinação durante a listagem do estudante. Segundo Vega (2014), quando as professoras possuem dificuldades com as situações de arranjo e combinação, elas podem não ser bem trabalhadas, gerando também interferência na compreensão dos estudantes.

Nesse primeiro momento, as participantes refletiram sobre o ensino e aprendizagem de estudantes sobre a Combinatória. Ao apresentar suas percepções sobre eles, elas resgataram estratégias e intervenções promovidas no processo formativo, o que indica que a formação

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

proposta contribuiu para que as participantes refletissem e aprimorassem seus conhecimentos de Combinatória. Na sequência, propomos discussões sobre as possibilidades para o ensino de Combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O trabalho com a Combinatória na sala de aula

No segundo momento, procuramos instigar as participantes a refletirem sobre a aprendizagem proposta ao longo do processo formativo. Para tanto, questionamos: "Quais erros vocês acreditam que seus estudantes poderiam cometer nos problemas de combinatória abordados?"; "Como abordar essas situações combinatórias em sala de aula para que os estudantes possam discernir as propriedades dos invariantes em cada problema?"; "Você acredita que existe uma representação mais adequada do que outra para resolver os problemas de Combinatória? Por quê?"; "Considerando os estudantes que enfrentam dificuldades em Combinatória, conforme relatado em nossas entrevistas no início desta pesquisa, de que maneira, agora, após essa formação, vocês poderiam auxiliá-los em seu progresso?".

As participantes destacam erros que os estudantes podem cometer nas situações combinatórias. Elas ressaltam a importância de considerar se todos os elementos do conjunto serão utilizados ou não e se a ordem dos elementos gera ou não novas possibilidades. Além disso, enfatizam equívocos comuns ao listar as possibilidades e sugerem a aplicação de estratégias para minimizar eventuais dificuldades.

Quanto ao trabalho com as situações combinatórias, as professoras frisam que é importante lembrar o que diferencia cada significado com seus invariantes para que se possa refletir sobre as dificuldades próprias de cada um. Segundo Borba (2010), situações combinatórias precisam ser trabalhadas simultaneamente, comparações e questionamentos precisam ser feitos de modo que os estudantes reflitam e identifiquem as propriedades dos invariantes de cada problema.

Há um reconhecimento compartilhado pelas professoras sobre a importância das diferentes representações na abordagem combinatória. No entanto, P3 acredita que o desenho é a forma mais viável, pois considera que, mesmo que não haja domínio de leitura ou conhecimentos formalizados, o aluno consegue responder ao problema.

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Entre P1, P2, P4, P5 e P6, a árvore de possibilidades e a listagem são mais adequadas, pois os estudantes podem verificar com mais clareza as possibilidades das situações combinatórias. De acordo com Vergnaud (1996, p. 184), "as representações simbólicas têm a vantagem de auxiliar a resolução de problemas quando os dados são numerosos e a resposta à questão envolve várias etapas".

As participantes destacam a importância de orientar as aulas por meio de questionamentos, pois percebem que essa abordagem pode instigar os estudantes a refletirem sobre os invariantes. Os questionamentos conduzidos durante o encontro desencadearam reflexões e uma melhor compreensão da Combinatória por parte das professoras. Elas acreditam que essa estratégia não apenas fortalece o entendimento pessoal, mas também é crucial para o ensino dos estudantes.

Reflexões sobre o processo formativo

No terceiro momento, de maneira geral, questionamos as professoras da seguinte forma: "Você acredita que o processo formativo te ajudou a desenvolver conhecimentos sobre a Combinatória?", "Sentem-se mais seguras?", "Poderiam falar brevemente sobre a escolha de uma palavra que definiria esta formação para o seu conhecimento sobre a Combinatória e o ensino?".

As professoras relataram que o processo formativo proporcionou reflexões acerca das situações combinatórias, dos invariantes e, ainda, das distintas representações utilizadas pelos estudantes. Dentre as considerações das professoras, destacamos a de P1, que enfatizou que o processo formativo a ajudou em um conteúdo que havia estudado na graduação, mas diante do qual ainda tinha dificuldades. Também ressaltou que é possível trabalhar com a Combinatória desde o início da escolarização e que o uso do material manipulável é um bom recurso para o levantamento das possibilidades.

As professoras participantes indicaram segurança quanto aos conhecimentos adquiridos. No entanto, também apontaram a necessidade de aprofundar ainda mais seus conhecimentos. A conscientização dessa necessidade denota um compromisso genuíno com o desenvolvimento contínuo de suas competências pedagógicas e matemáticas.

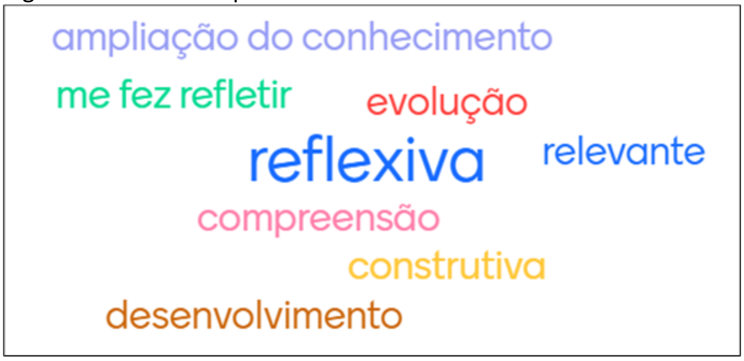
USF HORIZONTES

ARTIGO

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Para concluir o processo formativo, questionamos as professoras: “Em uma palavra, como vocês definiriam essa formação para o seu conhecimento sobre Combinatória e ensino?”. Em seguida, receberam um *link* gerado pelo *Mentimeter®* e criaram uma nuvem de palavras colaborativa (Figura 1).

Figura 1 – Nuvem de palavras: conhecimentos sobre a Combinatória



Fonte: Autoria própria (2023).

Na figura 1, vemos palavras que indicam que a formação foi significativa e possibilitou que ampliassem seus conhecimentos. Na sequência, as participantes foram convidadas a compartilhar de forma concisa o motivo por trás da indicação das palavras. As professoras expressaram uma visão positiva e enriquecedora da formação em Combinatória, escolhendo palavras/termos como “evolução”, “relevante”, “reflexiva”, “construtiva”, “me fez refletir”, “desenvolvimento” e “ampliação de conhecimento”. Essas respostas destacam o impacto positivo na clareza conceitual, o desenvolvimento pessoal e profissional, além da importância da reflexão crítica e construção de conhecimento. A ênfase na “evolução” e no “desenvolvimento” ressalta a transformação percebida, enquanto “ampliação de conhecimento”, e a compreensão mais aprofundada da Combinatória. Essas escolhas ressaltam a natureza transformadora da formação, sublinhando seu papel essencial no aprimoramento do conhecimento e prática pedagógica das professoras.

As participantes compreenderam que há diferentes tipos de problemas, discutiram sobre as diferentes representações simbólicas e entenderam sua relevância, reconheceram o uso de material manipulável como importante para auxiliar o estudante na resolução das situações e o uso da estratégia de sistematização das respostas para o esgotamento das possibilidades. Dessa forma, consideramos que o processo formativo contribuiu para o desenvolvimento e mobilização de Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo e Estudante, e Conhecimento do Conteúdo e Ensino.

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Considerações finais

Neste estudo, buscamos compreender o desenvolvimento dos conhecimentos combinatórios das professoras que ensinam Matemática no quarto ou no quinto ano do Ensino Fundamental por meio de um processo formativo. Ao longo deste trabalho, descrevemos o último encontro dessa formação, fundamentado na teoria dos campos conceituais, da qual exploramos os invariantes combinatórios. Apresentamos um resumo das discussões das professoras durante esse encontro e conduzimos uma análise dos conhecimentos especializados do conteúdo, do conhecimento do conteúdo e dos estudantes, assim como do conhecimento do conteúdo e do ensino, conforme proposto por Ball, Thames e Phelps (2008).

Na análise realizada, observamos um avanço significativo por parte das professoras na identificação das relações e propriedades nas situações combinatórias, evidenciando uma melhoria na compreensão ao longo do processo formativo. No âmbito da formação em Combinatória, percebemos que o entendimento das docentes sobre os invariantes e significados das situações foi aprimorado, e a sistematização mostrou-se uma ótima estratégia para ajudar seus estudantes na resolução de problemas. A abordagem proposta, conforme sugerimos, proporcionará mais segurança aos professores no desenvolvimento de práticas educativas. Esse progresso, por sua vez, contribuirá para que os estudantes compreendam os conteúdos apresentados, assim como reconheçam a aplicabilidade da Matemática em suas vidas.

Nos depoimentos das professoras, destacamos a importância de questionar e incentivar os estudantes a identificarem padrões, explorar todas as possibilidades, como o número de elementos utilizados em cada situação e a influência da ordem dos elementos na formação de novas possibilidades. Além disso, por meio da análise dos protocolos dos estudantes, as professoras identificaram que a escolha das estratégias para a resolução de problemas combinatórios está relacionada aos níveis de compreensão e habilidades matemáticas dos estudantes.

Concluímos que a formação não se restringiu ao aprendizado de terminologias específicas, mas também focou na percepção das particularidades das situações. Além disso, ao longo do processo, as participantes passaram a identificar e discutir com mais segurança as características dos problemas combinatórios, especialmente em arranjo e combinação.

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

Referências

ABRUCIO, F. L. *Formação de professores no Brasil*: diagnóstico, agenda de políticas e estratégias para a mudança. São Paulo: Moderna, 2016.

AZEVEDO, J. *Alunos de anos iniciais construindo árvores de possibilidades*: é melhor no papel ou no computador? 2013. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

BALL, D.; THAMES, M.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, [*S. l.*], v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

BORBA, R. E. S. R. Antes cedo do que tarde: o aprendizado da Combinatória no início da escolarização. *In*: ENCONTRO DE COMBINATÓRIA, ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE DOS ANOS INICIAIS – ENCEPAI, 2016, Recife. *Anais* [...]. Recife: ENCEPAI, 2016. p. 1-17.

BORBA, R. E. S. R. O raciocínio combinatório na educação básica. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. *Anais* [...]. Salvador: Sbem, 2010. p. 1-16.

BORBA, R. E. S. R. Vamos combinar, arranjar e permutar: aprendendo Combinatória desde os anos iniciais de escolarização. *In:* ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. *Anais* [...]. Curitiba: Sbem, 2013. p. 1-16.

BORGES, M. C.; AQUINO, O. F.; PUENTES, R. V. Formação de professores no Brasil: história, política e perspectivas. *Revista on-line de História, Sociedade e Educação do Brasil*, Campinas, n. 42, p. 94-112, jun. 2011. DOI: https://doi.org/10.20396/rho.v11i42.8639868

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. *Base Nacional Curricular Comum:* BNCC. Brasília, DF: SEF/MEC, 2018.

BRASIL. *Resolução CNE/CP nº 1, de 15 de maio de 2006*. Institui diretrizes curriculares nacionais para o curso de graduação em Pedagogia, licenciatura. Brasília, DF: Presidência da República, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_06.pdf. Acesso em: 22 nov. 2023.

CARVALHO, A. M. P.; GIL-PÉREZ, D. *Formação dos Professores de Ciências*: tendências e inovações. São Paulo: Cortez, 2011.

D'AMBRÓSIO, B. S.; D'AMBRÓSIO, U. Formação de professores de Matemática: professor-pesquisador. *Atos de Pesquisa em Educação*, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 75-85, jan./abr. 2006. DOI: https://doi.org/10.7867/1809-0354.2006v1n1p75-85

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

GADELHA, G. L. M. *Combinatória: conhecimentos e práticas docentes no contexto da formação continuada*. 2020. 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

HYPÓLITO, A. L. M. Trabalho docente e o novo Plano de Educação: valorização, formação e condições de trabalho. *Caderno Cedes*, Campinas, v. 35, n. 97, p. 517-534, 2015. DOI: https://doi.org/10.1590/CC0101-32622015150376

LIMA, A. P. *Princípio Fundamental da Contagem*: conhecimentos de professores de Matemática sobre seu uso na resolução de situações Combinatórias. 2015. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. *Técnicas de pesquisa*. São Paulo: Atlas, 2003.

MINAYO, M. C. S. Trabalho de campo: contexto de observação, interação e descoberta. *In*: MINAYO, M. C. S.; GOMES, S. F. D. R. (Org). *Pesquisa social*: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2016. p. 61-77.

MOREIRA, F. M. B. *Os conhecimentos acerca dos conceitos de análise combinatória de professores que ensinam matemática*: um estudo diagnóstico. 2021. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2021.

NOVELLO, T. P. *et al.* Formação inicial de professores de matemática: reflexões sobre a aproximação com o campo escolar. *Revemat*, Florianópolis, v. especial, p. 1-18, 2022. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2022.e82520

PESSOA, C. *Quem dança com quem*: o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. 2009. 267 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

PESSOA, C.; BORBA, R. O Raciocínio Combinatório do início do Ensino Fundamental ao término do Ensino Médio. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 10., 2010, Salvador. *Anais* [...]. Salvador: Sbem, 2010. p. 1-12.

PIMENTA, S. G. Formação de professores: identidade e saberes da docência. *In*: PIMENTA, S. G. (org.). *Saberes pedagógicos e atividade docente*. São Paulo: Cortez, 1999.

ROCHA, C. A. *Formação docente e o ensino de problemas combinatórios*: diversos olhares, diferentes conhecimentos. 2011. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SCHNETZLER, R. P. *O professor de ciências*: problemas e tendências de sua formação. Campinas: R. Vieira Gráfica e Ltda, 2000.

DOI: https://doi.org/10.24933/horizontes.v36i2

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, Harvard, v. 57, n. 1, 1987. DOI: https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

SHULMAN, L. S. Those who understand: in knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, [*S. l.*], v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986. DOI: https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

SILVA, F. M. *Residência Docente em Ensino de Ciências*. 2020. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2020.

VEJA, Danielle Avanço. *Qual mais fácil resolver com 2, 3 ou 4 etapas de escolha*: produto cartesiano, arranjo, combinação ou permutação. 115 f. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação em Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

VERGNAUD, G. *El Niño, las Matemáticas y la Realidad*. Ciudad de Mexico: Editorial Trillas, 1996.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas – Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, [*S. l.*], n. 1, p. 75-90, 1986. Disponível em: https://repositorio.ispa.pt/bitstream/10400.12/2150/1/1986_1_75.pdf. Acesso em: 1 mar. 2024.

Submissão: 28.12.2023.
Aprovação: 19.07.2024.